SIGNIFICADOS GRÁFICOS PARA LA PENDIENTE DESDE EL COTIDIANO

Ever O. Jiménez S.[1], Gabriela Buendía Á.[2]

RESUMEN

La educación básica es la piedra angular para la integración social de los individuos. En este nivel se espera que se desarrollen habilidades básicas e indispensables para la vida diaria. Desde un enfoque socioepistemológico, el presente trabajo de investigación abona a la discusión sobre cómo lograr el objetivo anterior y plantea que es el uso del conocimiento matemático lo que favorecería un contexto de signficación para la matemática escolar. Se analizan entonces usos de las gráficas lineales y de la noción de la pendiente al abordar un problema aparecido en un periódico en línea con la finalidad de dar elementos hacia una matemática funcional para todos.

Palabras clave: Enfoque socioepistemológico, cotidiano, pendiente, significación, gráficas lineales.

ABSTRACT

Basic education is the fundamental for the social integration of an individual. At this level it is expected to develop the basic skills and those that are indispensable for daily life. From a socio-epistemological point of view, the present research paper contributes to the discussion about how to achieve the previous objective and proposes the use of mathematical knowledge as a mean to favor a context of meaning for school mathematics. We analyze the uses of linear graphs and the notion of slope in dealing with a problem that appeared in an online newspaper in order to give elements to a functional mathematics for all.

Keywords: Socioepistemologial framework, slope, meanings, linear graphs

INTRODUCCIÓN

Este escrito forma parte de un proyecto de investigación que busca enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática reconociendo los significados gráficos. En particular, tomaremos el caso de la noción de pendiente (m, de acuerdo a su notación) y nos centramos en analizar cómo vive, gráficamente, dicha noción en el marco de los conocimientos generales de ciudadanos que han finalizado la educación básica.

Partimos de cuestionar el papel que juega la educación básica ya que pareciera que la matemática escolar está enfocada a desarrollar conocimientos matemáticos que no logran satisfacer la demanda de los individuos para la realización de las actividades diarias; el aprendizaje adquirido en la escuela ha sido basado en un sinfín de fórmulas y otros elementos cuyos significados y empleo resulta ajeno en el entorno donde las personas se desempeñan. Respecto a la noción de pendiente el discurso matemático escolar usual privilegia el aprendizaje, manejo y aplicación de una fórmula que se abstrae como un cociente, una razón de cambio, sin que necesariamente se desarrollen más significados, no exclusivamente analíticos, para esta noción.

Por otra parte, reconocemos que la información visual forma parte del contexto cotidiano de todo ciudadano: en periódicos, internet, anuncios podemos observar información que se presenta en forma visual especialmente a través de gráficas. Si nos centramos en gráficas lineales, en este escrito nos preguntamos qué significados viven y cómo respecto a la noción

[1] Profesor, Facultad de Ciencias Sociales – Universidad Autónoma de Chiapas. Email: everjimenezs@outlook.com
[2] Profesor Investigador. Red de Cimates, AC. Email: buendiag@hotmail.com

de pendiente.

Contestar esta pregunta nos permitiría dar evidencia del cotidiano como una fuente de significación para la matemática de la escuela y ampliar así el limitado marco de referencia en el que sólo se consideran los aspectos analíticos. La graficación como una práctica que se desarrolla en la escuela y a lo largo del currículo escolar, pudiera evidenciarse como parte de una matemática funcional, esto es, que se integre realmente a la vida del ciudadano (Cordero, 2006).

LA LÍNEA RECTA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

La Secretaría de Educación Pública (2013) afirma que la educación básica proporciona los cimientos necesarios para desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano y es el pilar de desarrollo nacional. La revisión de los estándares curriculares permite observar que el eje denominado manejo de la información contempla la enseñanza de las gráficas desde tercer grado de primaria y está presente a lo largo del nivel básico.

Respecto a la competencia matemática, Cattaneo, Lagreca, González y Buschiazzo (2012) afirman que es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se pueden satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos, constructivos, comprometidos y reflexivos.

Al hablar de una relación lineal, al concluir la educación básica un ciudadano habrá tratado por lo menos con expresiones del tipo $y = kx$ o $y = mx + b$ en las que k y m representan el concepto llamado pendiente de la recta: una razón de cambio que indica cuánto cambia una variable respecto a la otra. En particular, la fórmula para la pendiente que se presenta en la matemática es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{cambio\ en\ y}{cambio\ en\ x}$$

Esta caracterización de corte analítico toma significados particulares cuando las variables no son abstractas; por ejemplo, cuánto cambia la distancia (variable y) respecto al cambio en el tiempo (variable x), se refiere a la velocidad. Y la meta del desarrollo de competencias es que esta razón de cambio efectivamente le diga algo al ciudadano.

La pregunta que entonces nos hacemos es, ante una gráfica lineal ¿cómo usa la gráfica y su pendiente una persona al argumentar respecto a lo que está viendo?

ACERCA DEL COTIDIANO

A lo largo del día a día, la sociedad está expuesta a diversos medios de comunicación como la televisión, revistas, periódicos, redes sociales, etc., en los cuales se pueden observar gráficas. A través de ella se transmite información de interés para todos y es en ese contexto donde preguntamos cómo se usa el conocimiento matemático adquirido en la escuela, en educación básica en particular, para conocer y analizar dicha información.

De manera natural, no se espera que en dicho contexto se usen fórmulas; es sólo la tradición escolar la que está cargada de aspectos analíticos. En cambio, como mencionan Zaldívar y Cordero (2015), el cotidiano se aleja del discurso escolar sobre lo matemático y da énfasis a aspectos que son relegados u opacos en el aula

Proponemos partir de una postura epistemológica sobre la construcción del conocimiento matemático que le permita al ciudadano "encuentros" con el conocimiento matemático problematizando el saber en juego (Zaldívar y Cordero, 2015). Entonces, buscamos aquello que los ciudadanos hacen, usan y expresan al tratar con las gráficas y esto, de acuerdo a los autores citados, son formas culturales de conocimiento matemático puestos en uso.

Consideramos que ese uso del conocimiento nos permitirá generar una base de significados sobre las gráficas y, en particular, sobre el uso de la pendiente. La propuesta es que lo anterior enriquece lo que hoy se enseña en las aulas bajo una estructura meramente analítica que no satisface las demandas fuera de los contextos escolares.

ASPECTOS TEÓRICOS: LA GRAFICACIÓN Y EL USO DE LAS GRÁFICAS

La utilidad fundamental de una gráfica es comunicar información de manera visual pero, retomamos a Arcavi (2003), visualizar es ver más allá; es la habilidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre imágenes con el propósito de representar y comunicar información, reflexionando y desarrollando idea.

Buendía (2012) explica que la noción de pendiente es una herramienta matemática, sin embargo cuando hacemos uso de ella en situaciones diarias es cuando podemos darle un verdadero significado.

De acuerdo a Cantoral (2013) introducir la noción de uso del conocimiento como aquel conocimiento que nos interesa favorecer trae consigo el contexto sociocultural de significación, exige una práctica de referencia y considerar un usuario (figura 1).

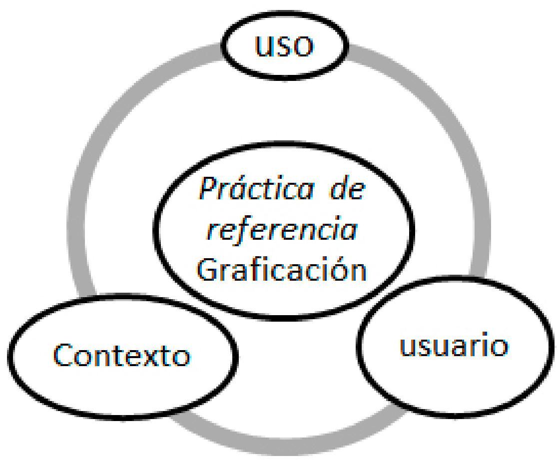


Figura 1. La Graficación

En nuestro caso, el considerar el uso de la gráfica, nos sitúa en entender a la graficación como una práctica institucional que, al seno de los diferentes programas de estudios, se desarrolla dando significado a las diferentes gráficas y sus componentes -como la pendiente, en el caso de la recta.

Entonces se suple la idea de adquisición del conocimiento para hablar ahora de resignificación: a la luz de la práctica de graficación y favoreciendo un desarrollo de usos de la gráfica, el saber matemático se significa y resignifica continuamente en lugar de aprenderse en un momento determinado de una vez y por todas. Como podemos ver, el individuo que aprende se modifica en interacción con todas las tareas y situaciones concretas de su entrono vivencial (Cantoral, 2013).

Este es tipo de análisis que queremos desarrollar: cómo desde un entorno del cotidiano, podemos reconocer significados para la línea recta y su pendiente. El objetivo es que lo anterior nos de elementos que permitan fortalecer contextos de significación para la enseñanza de las matemáticas.

Para analizar cómo se usan las gráficas, se reconoce que irán adquiriendo y desarrollando diferentes formas y funcionamientos acorde a las situaciones particulares que una persona vaya enfrentando dentro y fuera de un entorno escolar (Cordero, 2006). Por forma entenderemos tanto la apariencia perceptible de la gráfica lineal y su pendiente como la manera en la que un sujeto actúa sobre o con ella; el funcionamiento será para qué le sirve aquello al sujeto, es el rol que juega en una tarea específica (Buendía, 2012).

Por ejemplo, un uso analítico de la pendiente de una recta se refiere a la pendiente como una fórmula y cómo el individuo sustituye valores que le funcionan para hallar el valor numérico de la pendiente. En cambio, un uso que involucra más la forma de la gráfica, pondría en juego un argumento visual que considera la forma de la inclinación de la recta pues una recta que se eleva izquierda a derecha tienen una pendiente positiva . Una recta que no se eleva ni baja al ir de izquierda a derecha tiene pendiente cero. Una recta que baja conforme va de izquierda a derecha tiene pendiente negativa. Esta forma global de visualizar una recta funciona para determinar si una pendiente es positiva o negativa pero si también se visualiza el comportamiento puntual, se puede hablar de un comportamiento aumenta-aumenta o aumenta-disminuye de las variables involucradas (figura 2).

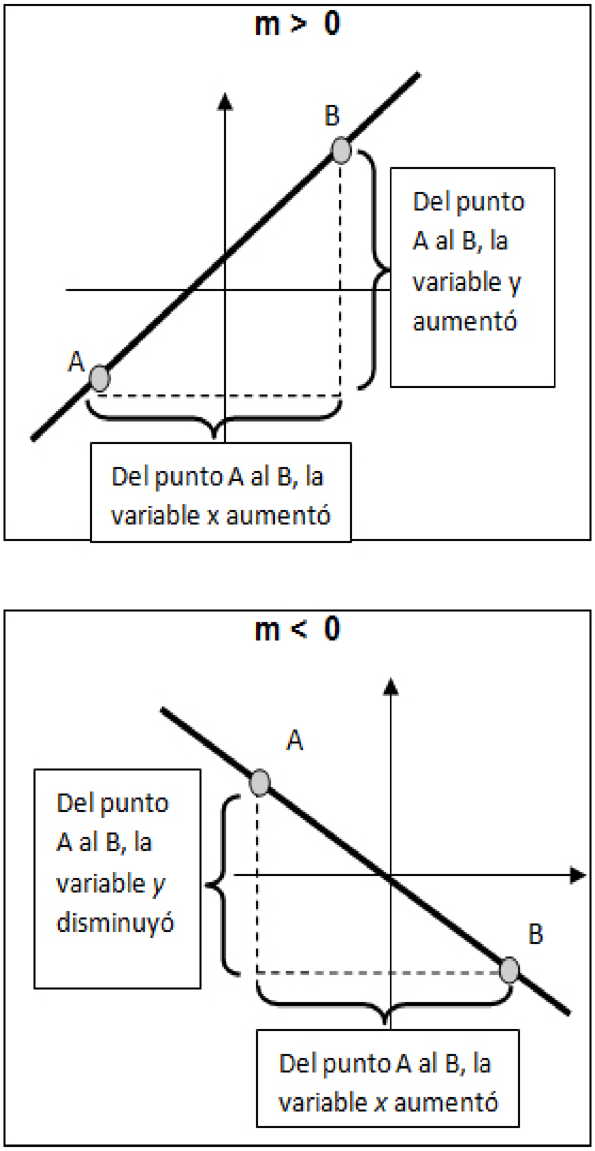


Figura 2. Un argumento gráfico usando las gráficas global y localmente

Este uso funcionaría para dar mayor significado no sólo al valor numérico de la pendiente, sino que tienen signficados propios del cotidiano cuando las variables no son sólo x o y sino que representan, como en el estudio de caso que presentamos a continuación, tiempo y flujo de turistas.

METODOLOGÍA

En periódicos publicados en línea, se realizó una búsqueda de una gráfica lineal que tratara algún asunto relevante para la sociedad. Una vez seleccionada la gráfica, se plantearon una serie de preguntas que incentivaran a los entrevistados a emplear los conocimientos adquiridos durante la educación básica.

El 27 de febrero de 2016, el diario el PAIS presentó información gráfica de la llegada de turistas (en millones de personas) a México, el Caribe, América Central y América del Sur. Es una gráfica lineal; en el eje horizontal se señalan periodos en años y en el eje vertical la cantidad de turistas. La gráfica original está en colores; para este escrito se colocan etiquetas sobre la gráfica para distinguir al país cuyo flujo de turistas se indica en ella.

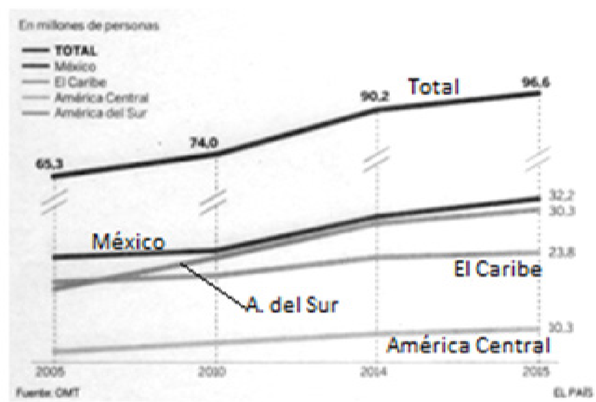


Figura 3: Flujo de turistas

Se propusieron seis preguntas en total pero por cuestión de espacio sólo analizaremos cinco de ellas (omitiremos la número tres) en la sección de Resultados; se han seleccionado aquéllas con evidencia de los diferentes usos de las gráficas. Las actividades fueron aplicadas a diez personas que han cursado el nivel básico de educación, independientemente de que hayan continuado sus estudios de nivel medio superior, universitario o posgrado.

- Cecilia: comerciante que finalizó la secundaria hace 20 años
- Guadalupe: estudiante de tercer grado de secundaria
- Olga: profesora de primaria
- Carlos: Estudiante de nivel medio superior:
- Patricia: Recepcionista de hotel, egresado de

nivel superior.

- José Abraham, persona de limpieza de hotel que culminó estudios de nivel medio superior.
- José Irving, estudiante de contabilidad
- Angelina, profesora de bachillerato
- Gustavo, profesor de economía.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

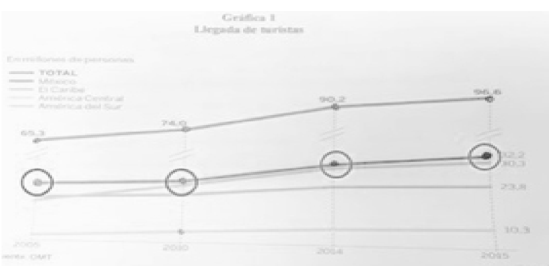
Presentaremos cada pregunta y algunos ejemplos para evidenciar cómo se usa la gráfica y en, particular, su pendiente.

Pregunta 1. ¿En qué año, México alcanza el mayor número de llegada de turistas? ¿Cómo lo deduce?

Todos responden lo mismo, 2105, pero la manera como usan la gráfica es distinta. Veamos dos respuestas:

José Irving

2015



Gustavo

Hay crecimiento de la demanda de 2015, con respecto a 2014, y se ve por la tendencia de lento crecimiento.

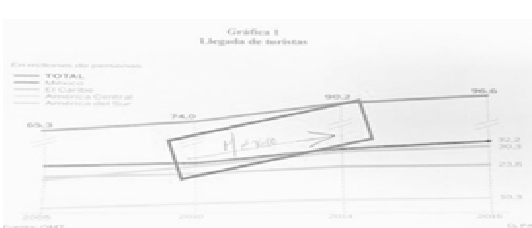


Figura 4. Dos respuestas a la pregunta 1

José Irving hizo un análisis de la recta considerando puntos; podemos ver que separó la gráfica marcando cuatro puntos de acuerdo a cada periodo. En cambio, Gustavo habla de intervalos más grandes -no puntuales-indicando con una flecha una tendencia.

Pregunta 2. *Entre 2010 y 2014 El Caribe y América del Sur registraron aumentó en la llegada de turistas ¿Aumentaron igual?*

Presentamos tres respuestas:

Patricia	No, el Caribe registró mayor número de turistas.
Angelina	No, la tendencia de crecimiento fue mayor en América del Sur.
Gustavo	América central es una zona tropical, pero muy inestable, económica y socialmente, además tienen limitaciones en su infraestructura turística, salvo 2005 Panamá y Costa Rica. América del Sur tiene más atractivos naturales, infraestructura de transporte y hotelera y áreas arqueológicas en Perú, Bolivia y Brasil. Por lo tanto, el crecimiento en América del Sur, siempre será mayor que en América Central.

Figura 5: Respuestas a la pregunta 2

Mientras que Patricia parece argumentar respecto a la altura en el eje y (turistas), Angelina responde con base en tendencias: el comportamiento de la recta.

En esta pregunta, queremos hacer notar la respuesta de Gustavo evidencia cómo el ser economista puede traer elementos no exclusivamente matemáticos para responder la pregunta y, además, marcar una tendencia: el crecimiento en América del Sur siempre será mayor que en América Central.

Pregunta 4. *¿Puede decir en qué momento México se preocupa por la llegada de turistas? ¿Cómo lo deduce?*

Patricia contesta lo siguiente y lo ilustra marcando dos puntos sobre la gráfica: Yo digo que entre

2005 y 2010, porque en ese momento la gráfica de México se mueve en línea recta, supongo que se estanca porque no presenta aumento entre puntos.

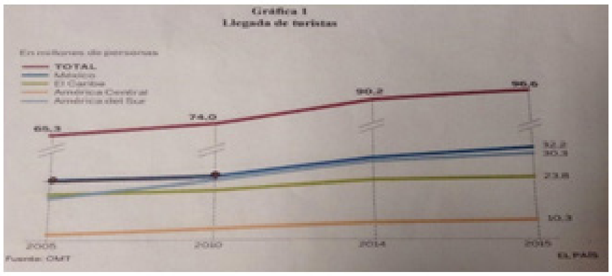


Figura 6. Respuesta puntual de Patricia

Podemos ver que los argumentos de Patricia, desde la pregunta dos, se basan en identificar puntos claves: el punto que presenta la altura máxima o bien la comparación entre ellos, como en la pregunta 4. Esta forma de argumentar es coherente con su siguiente respuesta y se trata de una visualización puntual comparando a través de periodos.

Pregunta 5. *¿Cómo pudiera ser la llegada de turistas en cada zona al finalizar cada periodo?*

Patricia: En algunos periodos finaliza con mayor número de turistas de manera alta porque cambia mucho de donde empieza el periodo a donde acaba, pero en otros periodos como el que mencioné en la pregunta cuatro no hay inclinación de cambio.

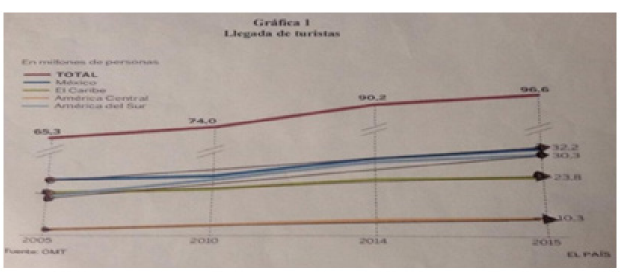


Figura 7. Patricia usa puntos

Pregunta 6. *Suponiendo que la economía mexicana, depende únicamente de la actividad turística, ¿en qué momento se encontraría estancada? ¿En qué momento alcanzaría el máximo crecimiento?*

Cecilia	Se encontraría estancada cuando no tuviera turistas como en los años 2005-2010 y alcanzaría el máximo cuando tenga demasiados turistas como en 2014 y 2015.
Patricia	En el periodo de 2005 a 2015, estado constante no hay cambio ni positivo ni negativo el mayor crecimiento se presenta en 2015.
Gustavo	*E*n 2005-2010 hubo una recesión mundial y afectó la afluencia turística con un leve crecimiento. De 2010 a 2015, denota un mayor crecimiento y México está creando condiciones con infraestructura aérea, portuaria y carretera, para crear una oferta satisfactoria al turismo internacional.

Figura 8. Respuestas pregunta seis

Al analizar estas respuestas, lo primero que queremos evidenciar es que aun para una señora como Cecilia que trabaja en el mercado, las gráficas resultan un medio rico en información permitiendo tener información correcta a la mano. En el caso de Gustavo, dicha información se complementa con datos propios de quién es el usuario en cuestión.

Patricia identifica un periodo de estancamiento entre el 2005 y el 2015; señala que el mayor crecimiento es en este último año. Si analizamos cómo se proporcionaron los periodos en la gráfica, mientras que los primeros efectivamente se dieron en periodos de 5 años, el último tramo es de sólo un año: 2014-2015. Es probable que, siguiendo su forma de argumentación, Patricia haya finalmente evaluado comparando el punto-valor inicial con el punto-valor final para dar su respuesta: un argumento basado en la identificación de puntos clave.

ANÁLISIS FINAL

Si bien es cierto que las preguntas propuestas no motivaron un análisis numérico más detallado, las personas que contestaron no parecieron haber buscado un uso de la pendiente a través de su fórmula. En general, los argumentos echaron mano de elementos visuales como constante, crecimiento, inclinación, cambio y decrecimiento.

El tipo de uso gráfico que ilustramos en la sección de aspectos teóricos, pareciera reflejarse en las respuestas de los participantes como la de Patricia cuando compara los valores de puntos determinados y eso le permite hablar de un cambio: …porque cambia mucho de donde empieza el periodo a donde acaba. Y este cambio entre puntos se sintetiza en lo que llama inclinación de la recta.

En cambio, para otros participantes la visión resulta más global y aunque quizá estén hablando de inclinación, no necesariamente están viendo el cambio entre puntos: la tendencia de crecimiento fue mayor en América del Sur.

Finalmente, resulta evidente cómo al enfrentar una gráfica que proviene del contexto cotidiano de las personas, como un periódico, las respuestas no pueden sólo validarse como correctas o incorrectas: de hecho, en la mayoría de los casos son correctas, pero en ellas hay mucha mayor riqueza. Al permitirnos entender cómo usan la gráfica para argumentar, sí se puede percibir por ejemplo que uno usa algo de acuerdo a quién es uno y a lo que nos es significativo: eso es lo que uno pone en juego al hacer matemáticas y eso, consideramos, debería enriquecer el hacer matemáticas en la escuela.

CONCLUSIONES

Al trabajar con gráficas, la visualización resulta compleja. Esto contrasta con el tratamiento usual del discurso Matemático Escolar sobre la pendiente como una fórmula. Para que esta fórmula tenga sentido, el alumno debe estar viendo puntos y el profesor, debiera estar evidenciando dichos puntos.

Sin embargo, la puesta en escena permitió observar que en la vida diaria las personas parecen usar la noción más en términos de comportamientos e inclinaciones lo cual no es algo que se aproveche en el aula. Un alumno que esté viendo puntos, como Patricia en nuestra experimentación, podrá entender bien el empleo de la fórmula para obtener el valor numérico de la pendiente; pero, ¿y si lo primero que ve son intervalos?

Dado el papel de la visualización y reconozcamos cómo tanto el profesor como el alumno usa los elementos de las gráficas, ¿cómo transitar a lo numérico de una manera más significativa y menos impositiva? Nos parece que una gráfica como la presentada pudiera dar pie a ello con preguntas que, partiendo de un contexto significativo del cotidiano como el que mostramos, ahora sí vayan hacia lo numérico. Y no al revés, como suele ocurrir en el discurso escolar usual.

Estamos entonces ante la posibilidad de favorecer un uso básico y cotidiano para que la educación básica promueva verdaderamente el significados de los conocimientos matemáticos.

REFERENCIAS

Arcavi (2003). The Role of visual Representations in the learning of Mathematics, Educational Studies in Mathematics, pp 215-241.

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. Educación Matemática, 2, pp. 5-31.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. México: Gedisa editorial.

Cattaneo L., Lagreca N, González N, y Buschiazzo N., (2012). Didáctica de la Matemática Enseñar a enseñar matemática. Argentina: Editorial Homo Sapiens

Cordero, F. (2006). El Uso de las Gráficas en el Discurso del Cálculo Escolar una visión Socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano (pp. 265-286). México DF, México: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Secretaría de Educación Pública. (2013). Programa sectorial de educación. México.

Zaldívar, D. y Cordero, F (2015). Conozca al señor Movimiento: la situación del resorte. Cordero, F. (coord). En La ciencia desde el Niñ@. Porque el conocimiento también se siente. Capítulo 8, pp129-142. México, Gedisa editorial