# COMPRENSIÓN DE LA NOCIÓN DE VARIABLE EN ALUMNOS DE NIVEL MEDIO SUPERIOR: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

\_ Pierre Poirier <sup>1</sup>, Denisse C. Rios de la R. <sup>2</sup>

#### **RESUMEN**

Para muchos estudiantes resulta difícil comprender e identificar de modo adecuado y en diferentes contextos la noción de variable, no interpretan sus significados y se les presenta diversos obstáculos cuando requieren trabajar con ellas. En este trabajo se presenta el rediseño de una situación didáctica que ayuda a los educandos del nivel medio superior a desarrollar diversas capacidades para que alcancen una mejor comprensión de la noción de variable. Los resultados muestran que se logran las capacidades de interpretación y simbolización de la variable. Realizando una comparación de estos resultados con la epistemología analizada se deduce que los educandos alcanzan la etapa retórica y sincopada del álgebra.

Palabras clave: variable, situación didáctica

#### **ABSTRACT**

For many students it is difficult to properly understand and identify in different contexts the notion of variable, they do not interpret their meanings and various obstaKeywords: Variable, Didactic Situation.

#### INTRODUCCIÓN

Diversos estudios (Gómez y Dolores, 2008; Ursini y Trigueros, 2000) han demostrado que la mala conceptualización de la variable puede ser una causa importante para las múltiples dificultades que suelen tener los educandos en los cursos de matemáticas en los niveles de enseñanza media y superior.

Este trabajo surge de la experiencia docente en la Escuela Preparatoria Rafael Pascacio Gamboa de la ciudad de Bochil, Chiapas, donde, con base en los análisis realizados en los diagnósticos de los cursos propedéuticos a educandos de nuevo ingreso y en los resultados del examen ENLACE 2014, se puede visualizar que para los estudiantes es difícil comprender e identificar de modo adecuado y en contextos variados el concepto de variable, no interpretan sus significados y se les presentan diversos obstáculos cuando requieren trabajar con ellas, lo que conlleva a presentar dificultades más adelante, cuando empiezan a trabajar con la noción de función.

Es por ello que este trabajo rediseña una situación didáctica que ayuda a los alumnos de nuevo ingreso del nivel medio superior a apropiarse de las capacidades de interpretación, simbolización y ma-

cles present to them when they need to work with it. In this paper we present the redesign of a didactic situation that helps the upper middle level students to develop diverse capacities to reach a better understanding of the notion of variable. The results show that the capacities of interpretation and symbolization of the variable are achieved. By comparing these results with the analyzed epistemology it follows that the students reach the rhetorical and syncopated stage of algebra.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Docente, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas. Email: pfb\_poirier@hotmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Egresada de la Maestría en Matemática Educativa, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chiapas. Email: driosdr@hotmail.com

nipulación de la variable. Para el rediseño y desarrollo de esta situación didáctica se incorporan las competencias disciplinares matemáticas del nivel medio superior (Secretaría de Educación Pública, 2008).

# PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Surge entonces la siguiente pregunta: ¿Qué situación didáctica facilita a los educandos comprender y aplicar la noción de variable permitiéndoles desarrollar su pensamiento algebraico?

## **OBJETIVO**

El objetivo de la investigación consiste en el rediseño de una situación didáctica, con la cual se espera que los estudiantes tengan una mejor comprensión de la noción de variable en situaciones reales, hipotéticas o formales.

# MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

El marco teórico que delimita y justifica la investigación que presentamos en este trabajo se constituye de los siguientes:

Teoría de situaciones: la situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado, en este caso la noción de variable. Sustentada en una concepción constructivista del aprendizaje, propone una interacción entre el sujeto y el medio. La adaptación del estudiante a la situación problemática, a través de una dialéctica que le permite realizar acciones, comprometer y revisar sus conocimientos anteriores, complementar o rechazarlos para formar conceptos nuevos, determina el aprendizaje. (Brousseau, 1986)

Competencias disciplinares: las competencias disciplinares de Matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico en los estudiantes como lo establece la RIEMS (Reforma Integral de la Educación Media Superior) (SEP. 2008).

En cuanto al marco metodológico, se utilizó la Ingeniería didáctica, la cual está integrada por un conjunto de fases o etapas que permiten la sistematización de la misma para el diseño de la situación didáctica mediante la integración sistémica de las

dimensiones: epistemológica, cognitiva y didáctica. Se apoya en la experimentación en el salón de clase y se encuentra ubicada en el registro de estudios de casos, cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori (Artigues, Douady y Moreno, 1995)

## ANÁLISIS PRELIMINARES

Los procesos epistemológicos, cognitivos, y didácticos que conducen a la construcción y comprensión de la noción de variable se han estudiado tratando de ver cuáles son las dificultades y los errores más comunes en los que incurren los estudiantes al intentar resolver problemas algebraicos en diferentes grados escolares.

La epistemología nos proporciona elementos para analizar cómo nace y se desarrolla el concepto de variable dando un paso obligado por los principales lugares y momentos históricos en el desarrollo del álgebra. El origen y desarrollo de la noción de variable como símbolo está asociado al desarrollo histórico del álgebra.

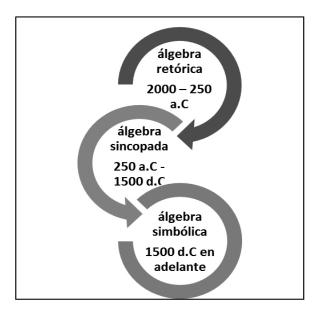


Figura 1. Análisis Epistemológico

La construcción de la notación algebraica se concibió en tres etapas:

- Álgebra retórica: Se caracterizó por el uso de una descripción en lenguaje ordinario para resolver problemas de tipo particular y careció del uso de símbolos o signos especiales para representar incógnitas.
- 2. Álgebra sincopada: Para la solución de problemas se combina el lenguaje natural de la etapa retorica con el lenguaje sincopado que introduce abreviaturas usando letras para las incógnitas y sus potencias.
- 3. Álgebra simbólica: Se inicia la introducción de símbolos literales lo que origina un cambio en las formas de expresar cantidades desconocidas y dadas. Esto hace posible transformar las soluciones generales a expresiones y usar el álgebra como herramienta para demostrar reglas que gobiernan las relaciones numéricas.

En la psicología cognitiva se encuentran pautas del desarrollo del conocimiento de los estudiantes que se vinculan con sus desarrollos en matemáticas y en particular con el álgebra. Notables psicólogos y pedagogos han mostrado que el conocimiento se construye y que hay un camino en el desarrollo del pensamiento de la persona, marcados por unas etapas o estadios que, según Piaget, sin estar sujetos a la edad precisamente, presentan unas características en el desarrollo del pensamiento que van cambiando gradualmente en un tiempo determinado integrándose a nuevas formas de estructuras del pensamiento.

Los alumnos que cursan el nivel medio superior (16 años en adelante) se encuentran, según la clasificación del desarrollo cognitivo propuesta por Piaget, en el estadio de generalización concreta y de operaciones formales, en donde la estructura del pensamiento se hace más compleja y abre paso al trabajo con sistemas formales abstractos, Dicho desarrollo de un pensamiento formal indica que el alumno está preparado y dispuesto para apreciar las relaciones, expresiones y abstracciones en el álgebra.

En el análisis didáctico se observa la manera en cómo está marcada la transición de la enseñanza de la noción de variable en el plan y programa de estudios de la Secretaría de Educación Pública (2011) de educación básica de secundaria al plan y programa de estudios de la Secretaría de Educación Pública del Estado de Chiapas (2009) del nivel medio superior.

## **DISEÑO PARA EL AULA**

La situación didáctica consta de tres actividades que se realizan en tres sesiones de dos horas cada una. Estas actividades fueron seleccionadas de los trabajos de investigación de Trigueros, Reyes, Ursini y Quintero (1996), Gómez Otero y Dolores Flores (2008), y González Trujillo y Moreno Penagos (2012). Las actividades escogidas fueron adecuadas para su implementación con los alumnos, al tomar en cuenta el contexto socio cultural donde se realizó la investigación.



En estas actividades se observan las conductas, expresiones, y razonamientos de los jóvenes acerca de la comprensión y aplicación de la noción de variable, a partir de los cuales se obtiene fundamentos que permiten exponer si los educandos logran apropiarse de las capacidades de interpretación, simbolización y manipulación de la variable.

Las actividades que se implementan están proyectadas en diversos ambientes como:

- 1. Una evaluación diagnóstica en base a preguntas exploratorias.
- 2. Una situación experimental que trata del tiempo de evacuación del agua por un vaso respecto al diámetro del orificio del desagüe. En esta actividad se le pide al estudiante que observe detenidamente lo que va a suceder en el vaso (lleno de agua) con el orificio de salida de diámetro menor y posteriormente con orificios de desagüe de mayor tamaño.

3. Una actividad final de análisis de casos. Esta actividad consta de tres situaciones en las cuales los alumnos realizan el análisis de cada caso. Primeramente el educando describirá en palabras las situaciones observadas de lo que está pasando, e identificará y comunicará verbalmente patrones, regularidades, variaciones. Posteriormente abreviará esas observaciones al momento de describir lo que sucede en determinada situación. Dicha descripción podrá ser cualitativa o cuantitativa. En un tercer momento el educando va a escribir o registrar a través de tablas o símbolos dichas regularidades patrones o variaciones, para posteriormente encontrar un lenguaje que le permita describir o predecir lo que pasará en determinada situación.

#### **RESULTADOS**

Los resultados obtenidos de esta puesta en escena infieren que los estudiantes del nivel medio superior logran comprender e identificar de modo flexible y en diversos contextos el concepto de variable, interpretan sus significados y presentan menos dificultades cuando requieren trabajar con ellas.

# Preguntas Exploratorias

 Identificar los conocimientos previos de la noción de variable

#### Situación experimental

- Analizar el fenómeno de cambio de tiempo de evacuación del agua de un vaso con respecto al diámetro del orificio del desagüe.
- Determinar la variable.
  Determinar la variación en el experimento

# Análisis de casos

- Identificar patrones y regularidades.
- Determinar la variable.
  Determinar la variación en la secuencia de figuras geométricas o secuencia numérica
- Describir expresiones verbales mediante formas algebraicas y formas algebraicas mediante expresiones verbales

## Actividad 1. Preguntas exploratorias

Se identificó en el diagnóstico el cómo los alumnos interpretan, manipulan y simbolizan cada una de las distintas manifestaciones de la variable y con cuáles tienen más dificultades.

Estos resultados obtenidos de la actividad 1 sugieren que los estudiantes de segundo semestre de nivel medio superior tienen una concepción muy pobre e inestable de la variable y ponen también en evidencia algunos puntos en los que habrá que profundizar en las actividades sucesivas de la investigación.

### Actividad 2. Situación experimental

Los alumnos analizaron el fenómeno, así como también determinaron las variables y la variación de la situación experimental. Pero solamente las determinaron de manera verbal. No lograron hacer la transición de lo verbal a lo simbólico.

Es por esta razón que al no poder identificar la variable como símbolo los alumnos no construyeron la expresión algebraica.

Estos resultados obtenidos de la actividad 2 sugieren que se puede modificar la situación experimental a una más sencilla que no involucre volumen, donde los alumnos puedan identificar fácilmente las variables como símbolo.

#### Actividad 3. Análisis de casos

Los alumnos identificaron los patrones y regularidades en cada caso, así como también determinaron las variables y la variación de la situación experimental de manera verbal.

Aquí se puede analizar que el número de alumnos que hicieron la transición de lo verbal a lo simbólico fue aumentando.

Es por esta razón que más del 50% de los alumnos pudieron construir la expresión algebraica de las situaciones de esta actividad. Esto es, describieron expresiones verbales mediante formas algebraicas Observamos entonces que todos los alumnos del nivel medio superior participantes en este trabajo lograron apropiarse de las capacidades de interpretación y simbolización de la variable, pero algunos de ellos todavía presentaron dificultades en la manipulación simbólica y algebraica de la variable.

#### **CONCLUSIONES**

Tomando como referencia la epistemología presentada de la noción de variable, nuestro trabajo indica que los alumnos alcanzan la etapa retórica y sincopada del álgebra, es decir identifican de manera verbal las variables de cada actividad para posteriormente hacer la transición a una expresión abreviada de dicha variable, utilizando en algunas situaciones letras o literales para representarlas. Pero observamos que siguen presentando debilidades en la etapa simbólica, eso es al momento de construir una expresión algebraica de las situaciones presentadas.

Si bien la situación didáctica propuesta permite a los alumnos de propedéutico un mejor acercamiento al concepto de variable, al lograr ellos a identificarlas e interpretar su significado en el contexto, también pone en evidencia la dificultad que representa para esos mismos estudiantes el franquear el paso hacia una representación simbólica del fenómeno estudiado. Conviene por lo tanto seguir investigando el diseño de situaciones que fortalezcan la construcción del lenguaje simbólico.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigues, M., Douady, R. y Moreno, L. (1995). Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Bogotá: Iberoamérica S.A. de C.V.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de las Matemáticas. *Recherche en didactiques des mathematiques*, 7, 33-115
- Gómez Otero, E. J., y Dolores Flores, C. (2008). La construcción de la noción variable. México, D.F: IPN
- González Trujillo, E. S., & Moreno Penagos, . M. (2012). Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuestadidáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas. Bogotá, Colombia: Universdiad Nacional de Colombia.
- SECH (2009). Programa para el Desarrollo de Competencias de Educación Media del Estado, Matemática I. Primer Semestre, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.
- SEP. (21 de Octubre de 2008). ACUERDO número 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato. DIARIO OFICIAL, pág. 6.
- SEP. (2011). Programas de estudios 2011. Guia para el maestro. Educación Básica Secundaria, Matemáticas Distrito federal, Mexico.
- Trigueros, M., Reyes, A., Ursini, S., & Quintero, R. (1996). Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. Enseñanza de las Ciencias, 351-363.
- Ursini, S., & Trigueros, M. (2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matematica* Vol. 12 No. 2, 27-48.